Вопросы к экзамену по кратным интегралам и рядам

(3 семестр)

1. Частные производные. - 1

2. Полное приращение функции в точке. Дифференцируемость функции. Необходимое условие дифференцируемости. - 1

3. Достаточное условие дифференцируемости функции. - 2

4. Дифференциал. - 3

5. Производная сложной функции. - 5

6. Формула конечных приращений. - 6

7. Инвариантность формы первого дифференциала. - 7

8. Производные по направлению - 8. Градиент функции, геометрический смысл - 9.

9. Производные старшего порядка. Теорема о равенстве смешанных производных. - 10

10. Дифференциалы старшего порядка. - 11

11. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. - 13

12. Экстремумы функций. Необходимые и достаточные условия. - 15

13. Градиентный метод поиска экстремума. Метод случайного спуска. - 20

14. Теорема о неявной функции от одной и нескольких переменных. - 22

15. Функциональные матрицы и определители. Матрица Якоби. Теорема Лапласа. - 25

16. Независимость функций. - 26

17. Теорема о системе неявных функций. - 27

18. Дифференцирование неявных функций. - 29

19. Условный экстремум. Метод исключения переменных. - 30

20. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. - 31

21. Геометрические приложения производных. Касательные и нормали в трехмерном пространстве. - 35

22. Двойной интеграл. Свойства. - 39

23. Двойной интеграл. Суммы Дарбу. Критерий интегрируемости. Геометрический смысл. - 41

24. Сведение двойного интеграла к повторному. - 45

25. Криволинейные интегралы 1 рода. Сведение к Риманову интегралу. - 48

26. Криволинейные интегралы 2 рода. Физический смысл. Сведение к Риманову интегралу. - 52

27. Формула Грина. - 54

28. Вычисление площадей с помощью двойных и криволинейных интегралов. - 55

29. Теорема о равенстве нулю криволинейного интеграла 2 рода по произвольному контуру. - 57

30. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. - 58

31. Условия того, что подынтегральное выражение в криволинейном интеграле является полным дифференциалом некоторой функции. - 59

32. Вычисление криволинейного интеграла 2 рода в случае полного дифференциала под знаком интеграла. Дифференциальное уравнение в полных дифференциалах. - 60

33. Условия потенциальности для криволинейного интеграла по пространственному контуру (в трехмерном пространстве). Случай неодносвязной области. - 61

34. Выражение площади в криволинейных координатах. -

35. Замена переменных в двойном интеграле. - 64

36. Площадь криволинейной поверхности. - 71

37. Поверхностный интеграл 1 рода. Сведение к Риманову интегралу. - 74

38. Поверхностный интеграл 2 рода. Сведение к Риманову интегралу. - 76

39. Формула Стокса. - 80

40. Тройной интеграл. - 82

41. Формула Остроградского-Гаусса. - 86

42. Скалярное поле: поверхности уровня, производная по направлению, градиент. - 88

43. Векторное поле: векторные линии, поток векторного поля через поверхность, дивергенция. - 89

44. Циркуляция поля. Ротор. - 91

45. Потенциальные и соленоидальные поля. Уравнения Лапласа и Пуассона. - 92

46. Равномерная сходимость функций нескольких переменных. Свойства. - 94

47. Теорема о непрерывности интеграла, зависящего от параметра. Частный и общий случай. - 96

48. Теорема о предельном переходе для интеграла, зависящего от параметра. Теорема об интегральном переходе. Частный и общий случай. - 96

49. Производная от интеграла, зависящего от параметра (правило Лейбница). Частный и общий случай. - 97

50. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Критерий Коши. Признаки Вейерштрасса, Абеля, Дирихле равномерной сходимости несобственных интегралов, зависящих от параметра. - 100

51. Теорема о предельном переходе для несобственного интеграла, зависящего от параметра. - 101

52. Теорема о непрерывности несобственного интеграла, зависящего от параметра. – 102

53. Интегрируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра. - 102

54. Дифференцируемость несобственных интегралов, зависящих от параметра. - 102

55. Эйлеровы интегралы 1 и 2 рода. - 105

56. Интеграл Фурье. Сходимость интеграла Фурье. Теоремы Дини и Дирихле – Жордана. - 106

57. Комплексная форма интеграла Фурье. Преобразование Фурье. - 108